

การวิเคราะห์โครงข่ายวงจรอันดับ 1

1st Order Circuit

ปิยนัย ภาชนะพรรณ

สมการอนุพันธ์อันดับ 1 (1st Order Equation)

สมการอนุพันธ์ทั่วไป มีรูปแบบเป็น

$$a_0 \frac{d^n f(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} f(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{df(t)}{dt} + a_n f(t) = g(t)$$

สมการอันดับ 1 คือ กรณี $n = 1$ จะได้รูปแบบเป็น

$$a_0 \frac{df(t)}{dt} + a_1 f(t) = g(t)$$

$f(t)$ คือ ตัวแปร (กระแส, แรงดัน)

t คือ เวลา

$g(t)$ คือ อินพุต (แหล่งจ่าย)

ผลลัพธ์ของสมการ เรียกว่า **ผลตอบสนอง (Response)**

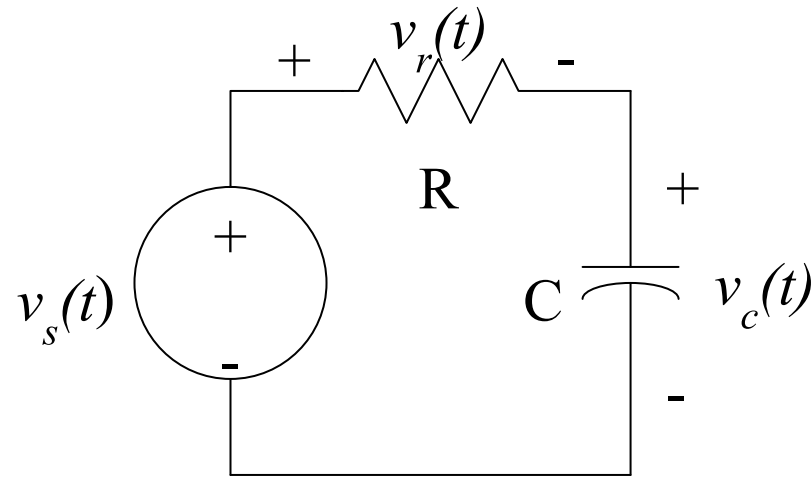
วงจรอนุพันธ์อันดับ 1 (1st Order Circuit)

วงจรใดๆ ที่ประกอบด้วย

- อุปกรณ์เก็บสะสมพลังงาน 1 ตัว (L หรือ C)
- แหล่งจ่าย (source)
- ความต้านทาน

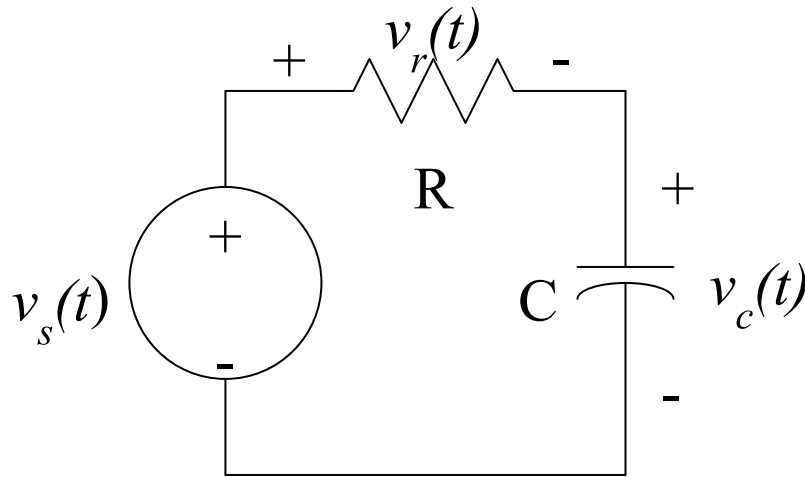
****แรงดันและกระแสในวงจรเขียนในรูปสมการอนุพันธ์อันดับ 1 ได้**

A First Order RC Circuit



- Capacitor 1 ตัว และ Resistor 1 ตัว
- Source และ Resister อาจได้จากการยุบรวมจาก Source และ Resister หลายๆตัว

A First Order RC Circuit



$$\text{KVL : } v_r(t) + v_c(t) = v_s(t)$$

$$Ri_R(t) + v_c(t) = v_s(t)$$

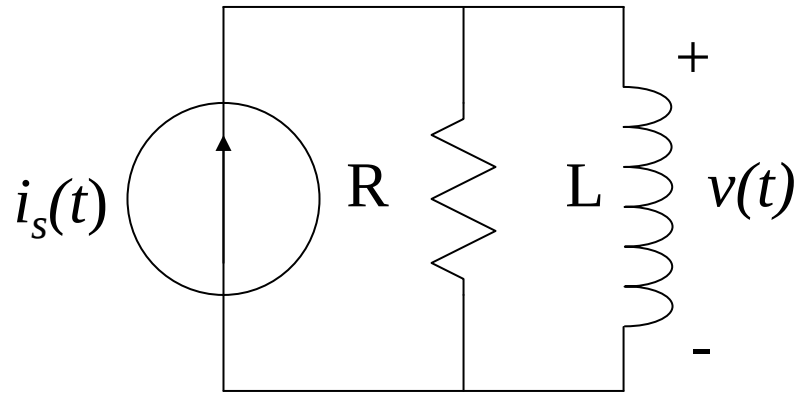
$$\text{จาก } i_R(t) = i_c(t) = C \frac{dv_c}{dt}$$

Differential Equation

$$RC \frac{dv_c}{dt} + v_c(t) = v_s(t)$$

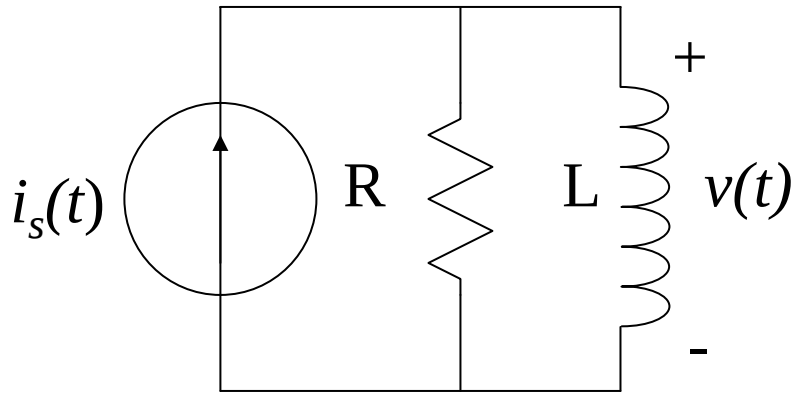
รูปแบบสมการเป็น **1st Order Equation**

A First Order RL Circuit



- Inductor 1 ตัว และ Resistor 1 ตัว
- Source และ Resister อาจได้จากการยุบรวมจาก Source และ Resister หลายๆตัว

A First Order RL Circuit



$$\text{KCL : } i_r(t) + i_L(t) = i_s(t)$$

$$\frac{v_R}{R}(t) + i_L(t) = i_s(t)$$

$$\text{จาก } v_R(t) = v_L(t) = L \frac{di_L}{dt}$$

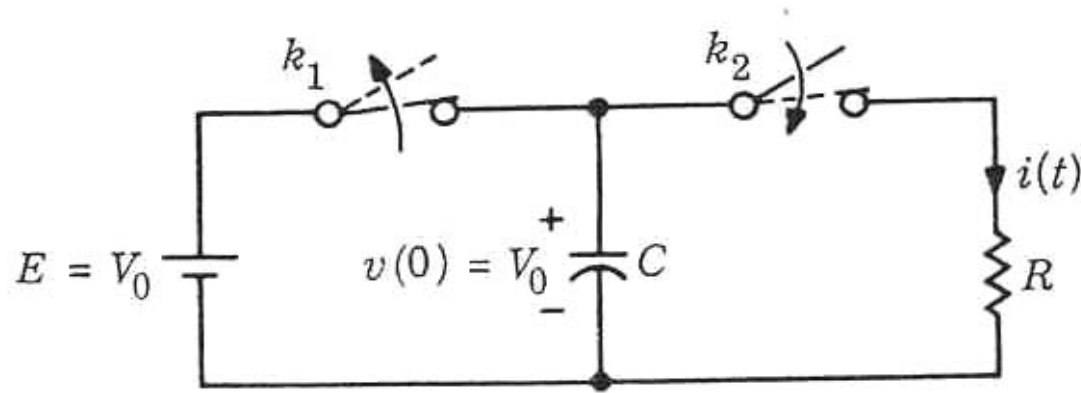
Differential Equation

$$\frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} + i_L(t) = i_s(t)$$

รูปแบบสมการเป็น **1st Order Equation**

ผลตอบที่ไม่มีอินพุต (Zero Input Response)

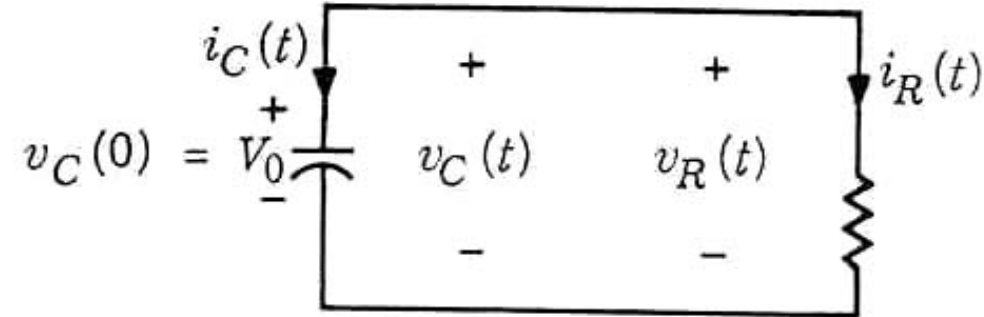
วงจร RC



ที่เวลา $t < 0 \rightarrow C$ ถูกอัดประจุด้วยแรงดัน V_0 จนมีแรงดันเป็น V_0

$t = 0 \rightarrow$ สวิตช์ k_1 เปิด
สวิตช์ k_2 ปิด

เมื่อเวลา $t \geq 0$ วงจรจะมีลักษณะเป็น



พลังงานไฟฟ้าที่สะสมใน C ($\frac{Cv^2}{2}$)
จะสูญเสียไปในรูปความร้อน
ของตัวต้านทาน (Ri^2)

$t \geq 0$ **KVL :** $v_C(t) = v_R(t)$

KCL : $i_C(t) + i_R(t) = 0$

$$C \frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{R} = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{dv_c}{v_c} = -\frac{dt}{RC}$$

อินทิเกรตสมการทั้ง 2 ข้าง (เวลา $0 \rightarrow t$) จะได้สมการเป็น

$$\ln v_c = -\frac{1}{RC}t + K$$

เมื่อ $\ln$ คือ **Natural Logarithm** (ล็อกกะวิธีธรรมชาติ)
เป็นค่าล็อกกะวิธีของฐาน $e = 2.71828$

ค่าคงที่ K เขียนใหม่เป็น $\rightarrow K = \ln k$

$$\ln v_c = \ln e^{-t/RC} + \ln k$$

$$\ln v_c = \ln(ke^{-t/RC})$$

จะได้

$$v_c = ke^{s_0 t}$$

โดยที่

$$s_0 = -\frac{1}{RC}$$



ผลตอบของวงจร (Response)

โดย $v_c = ke^{s_0 t}$ $\longrightarrow$ เป็นผลตอบทั่วไป (General Solution)

ถ้า k หาได้ ผลตอบเป็น $\longrightarrow$ เป็นผลตอบเอกเทศ (Particular Solution)

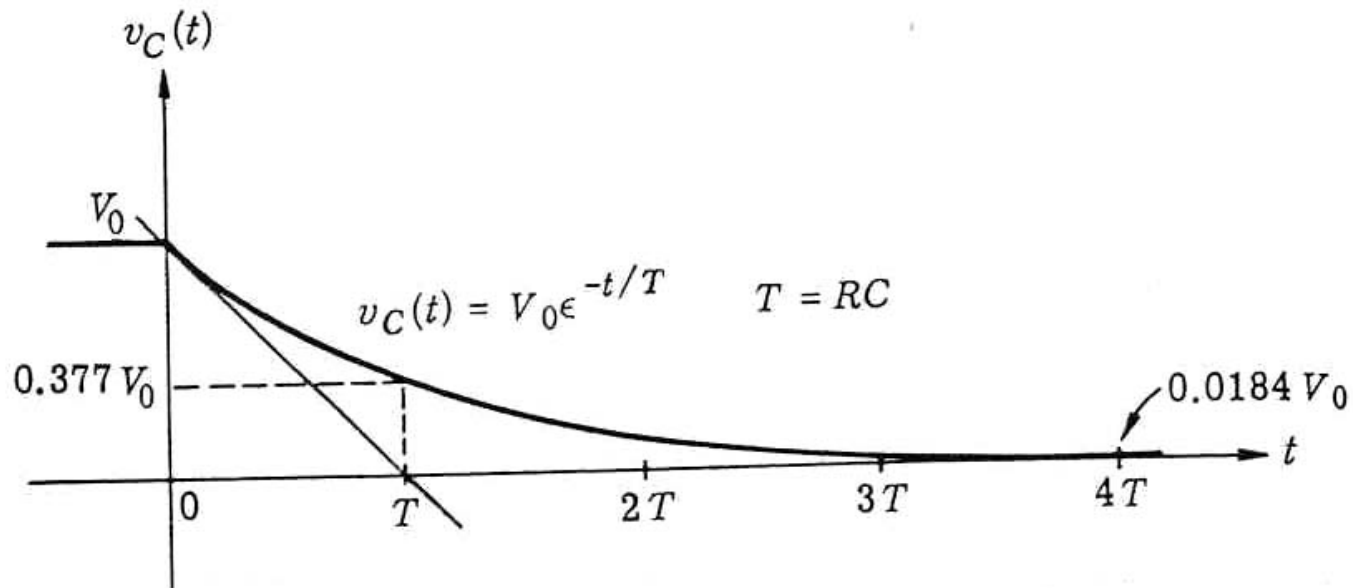
เมื่อ $t = 0$ $\longrightarrow$ $v_c(0) = V_0$

$$v_c(0) = ke^{s_0(0)} = k$$

จะได้ $k = V_0$

$$v_c(t) = V_0 e^{-t/RC} \quad \text{เมื่อ } t \geq 0$$

พล็อตกราฟ $v_C(t)$ ได้เป็น



วงจรไม่มี input → ผลตอบเกิดจากแรงดันแรกเริ่มของ C

เรียก **Zero Input Response** (ผลตอบที่ไม่มีอินพุต)

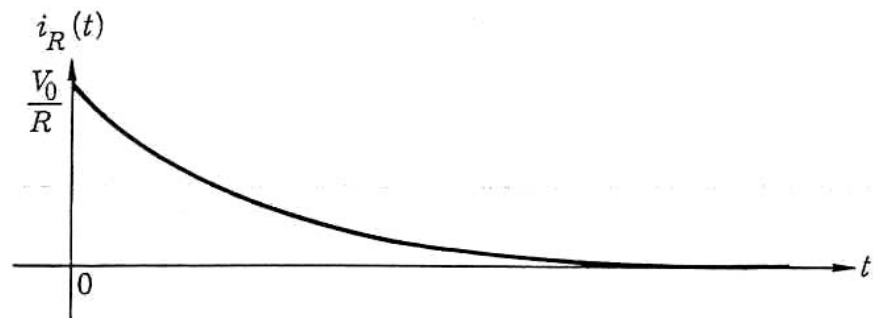
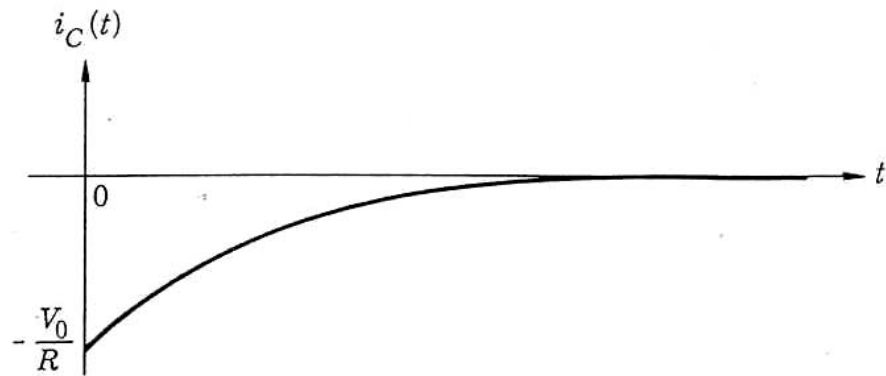
หาค่ากระแสและแรงดันในแต่ละกิ่ง ได้เป็น

$$i_c(t) = C \frac{dv_c}{dt} = -\frac{V_0}{R} e^{-t/RC} \quad t \geq 0$$

$$i_R(t) = -i_c(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC} \quad t \geq 0$$

$$v_R(t) = v_c(t) = V_0 e^{-t/RC} \quad t \geq 0$$

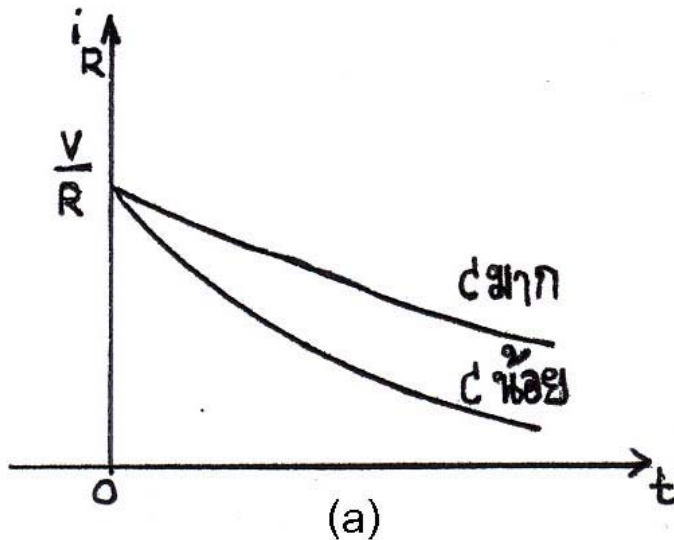
โดย $i_C(t)$, $i_R(t)$, $v_R(t)$ มีลักษณะกราฟเป็น



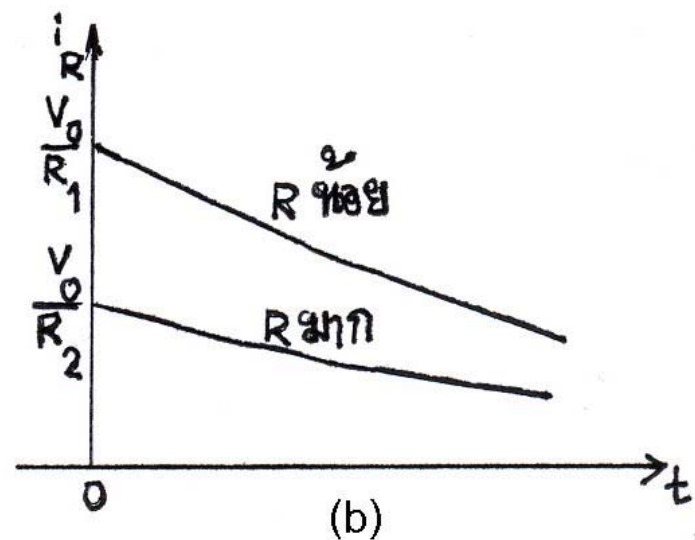
อัตราการลดลงของกระแสจะขึ้นกับค่า RC

RC มาก $\rightarrow$ อัตราการลดลงน้อย

RC น้อย $\rightarrow$ อัตราการลดลงมาก



R คงที่



C คงที่

ค่าคงที่เวลา (Time Constant)

กราฟเอ็กโพเนนเชียล ถูกกำหนดลักษณะสมบัติได้ด้วย

- ตำแหน่งจุดเริ่มต้นของกราฟที่เวลาอ้างอิง (เช่น $t = 0$)
- ค่าคงที่เวลา (Time Constant)

จาก
$$v(t) = V_0 e^{-t/RC}$$

แทน $T = RC$

$$\frac{v(t)}{V_0} = e^{-t/T}$$

t/T	v/V_0
0	1
1	0.37
2	0.14
3	0.05
4	0.018
5	0.0007

- ใช้ช่วงเวลาที่ฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียลลดลงถึง 37 % ($t = T$) เป็นมาตรฐานในการเปรียบเทียบกราฟ
- การวัดภาวะชั่วคราวความละเอียดอยู่ที่ 2 % จึงมักถือว่าภาวะชั่วคราวจะหายไปเมื่อเวลา $t = 4T$

ตัวอย่าง วงจร RC ซึ่งมีผลตอบทั่วไปเป็น

$$v = V_0 e^{-t/RC}$$

กรณี 1 $R = 100 \Omega$ $C = 100 \text{ pF}$ $\longrightarrow$ $T_1 = 0.01 \mu\text{sec}$

กรณี 2 $R = 1000 \text{ M}\Omega$ $C = 1 \mu\text{F}$ $\longrightarrow$ $T_2 = 1000 \text{ sec}$

จะได้ $T_2 > T_1$

อัตราการลดลงของ V ในกรณีที่ 2 จะน้อยกว่า กรณีที่ 1

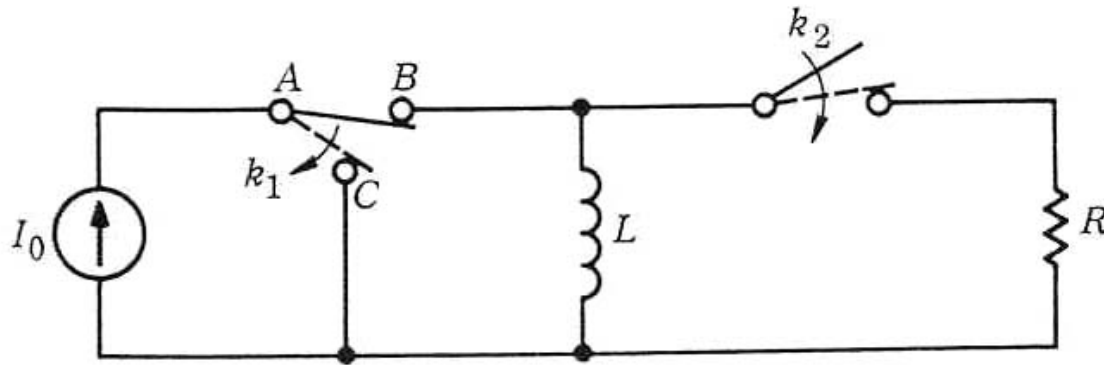
จากที่

$$s_0 = -\frac{1}{T} = -\frac{1}{RC}$$

s_0 มีหน่วยเป็น ส่วนกลับเวลา $\rightarrow$ ความถี่ และ วัดเป็น เรเดียน/วินาที

s_0 เรียกว่า ความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency) ของวงจร

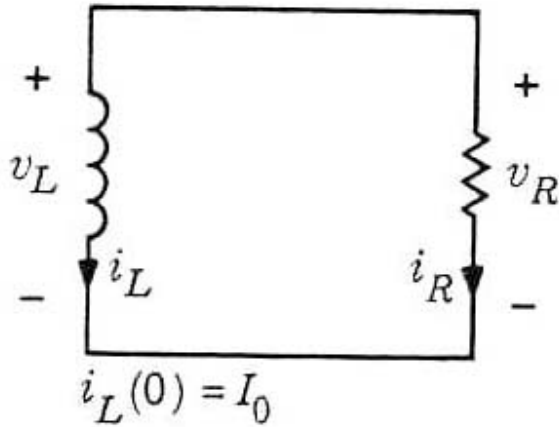
วงจร RL



ที่เวลา $t < 0 \rightarrow L$ ถูกเหนี่ยวนำด้วยกระแส I_0 จนมีกระแสเป็น I_0

$t = 0 \rightarrow$ สวิตช์ k_1 สับไปที่ C
สวิตช์ k_2 ปิด

เมื่อเวลา $t \geq 0$ วงจรจะมีลักษณะเป็น



พลังงานไฟฟ้าที่สะสมใน L ($\frac{Li^2}{2}$)
จะสูญเสียไปในรูปความร้อน
ของตัวต้านทาน (Ri^2)

$$t \geq 0 \quad \text{KVL :} \quad v_L(t) = v_R(t)$$

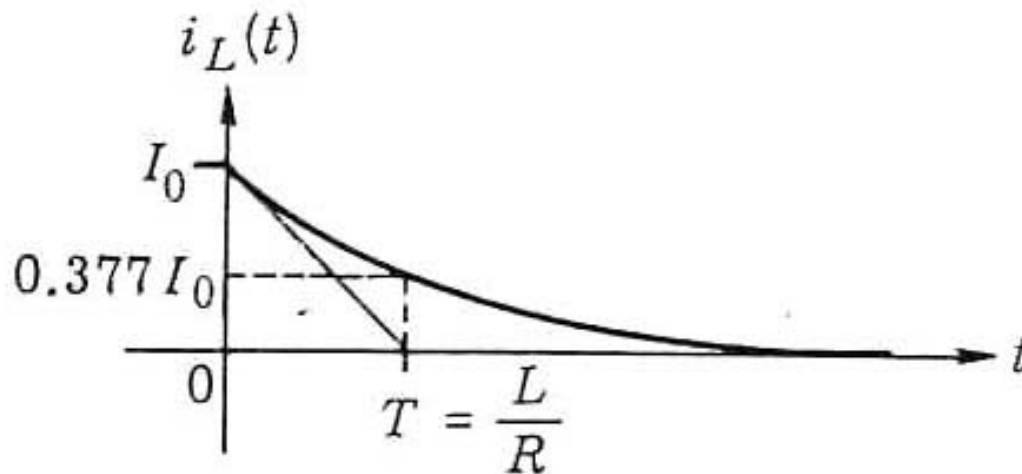
$$\text{KCL :} \quad i_L(t) + i_R(t) = 0$$

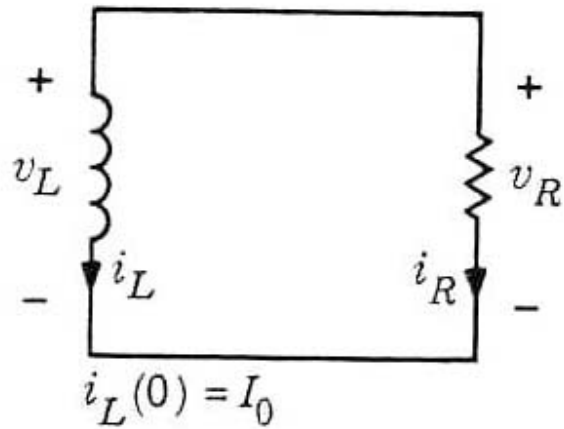
$$L \frac{di_L}{dt} + Ri_L = 0 \longrightarrow \frac{di_L}{i_L} = -\frac{R}{L} dt$$

จะได้ $i_L(t) = ke^{-\frac{Rt}{L}}$, $t \geq 0$

จากที่ $t = 0 \rightarrow i_L(0) = I_0$

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$$



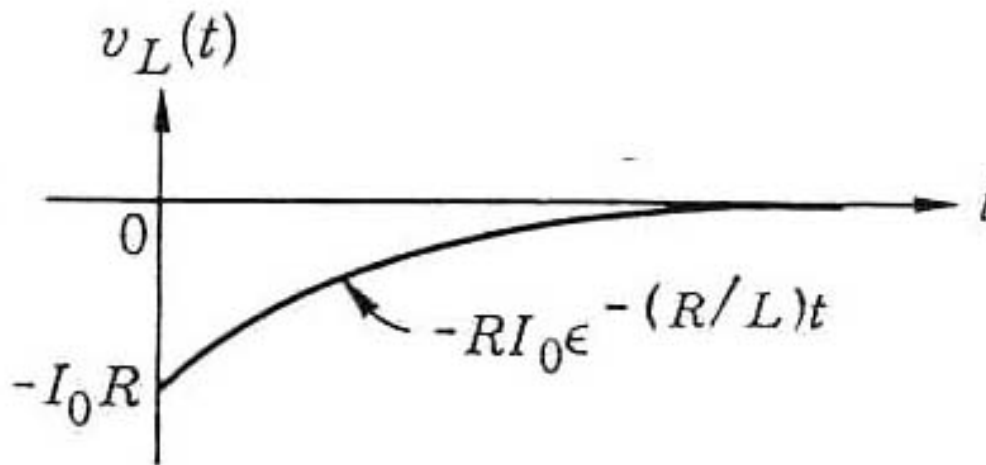


KVL : $v_L(t) = v_R(t)$

KCL : $i_L(t) + i_R(t) = 0$

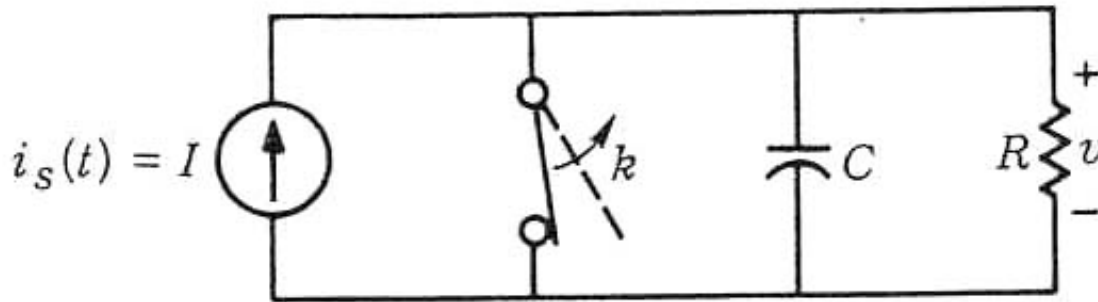
จะให้ได้ $v_L(t) = -Ri_L(t)$

$$v_L(t) = -RI_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$$



ผลตอบแห่งสถานะศูนย์ (Zero State Response)

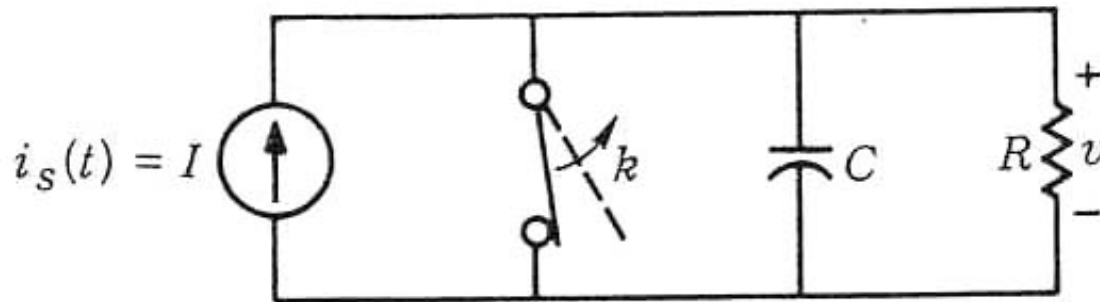
ผลตอบของวงจรอันเนื่องมาจากต้นกำเนิดอิสระ (input) โดยไม่มีภาวะเริ่มต้น
(ภาวะเริ่มต้นเป็น 0)



$t < 0$: ตั้กระแสถูกตัดวงจร

$t = 0$: สวิตช์ k เปิดออก $\rightarrow$ ตั้กระแสต่อเข้าวงจร $R \parallel C$

แรงดันคร่อมชิ้นส่วนทั้ง 3 จะเท่ากัน



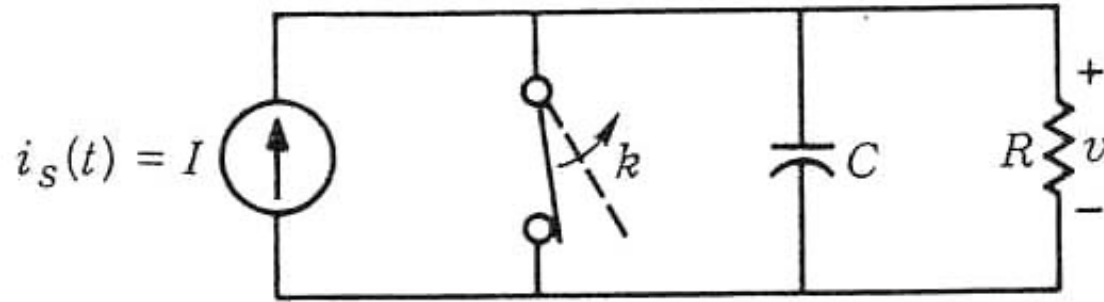
KVL :
$$C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = i_s(t) = I \quad (t \geq 0)$$

เมื่อ $t = 0$ ตัว C ยังไม่ได้รับการอัดประจุ $\rightarrow$ ภาวะเริ่มต้น คือ

$$v(0) = 0$$

แรงดันคร่อม C เท่ากับ 0 $\rightarrow$ กระแสใน R ต้องเท่ากับ 0

$\therefore$ กระแสทั้งหมดจะไหลเข้าที่ C ที่ $t \geq 0$

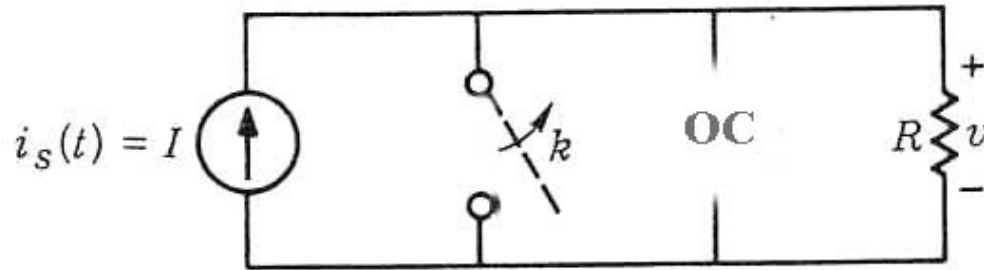


แรงดัน V มีอัตราการเพิ่มเป็น

$$\frac{dv}{dt}_{t=0+} = \frac{I}{C}$$

เมื่อ C ถูกอัดประจุจนเต็ม แรงดันจะคงที่ $\rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$

กระแสทั้งหมดจากต้นกระแสจะไหลผ่าน R และตัว C จะเป็นเสมือนเปิดวงจร

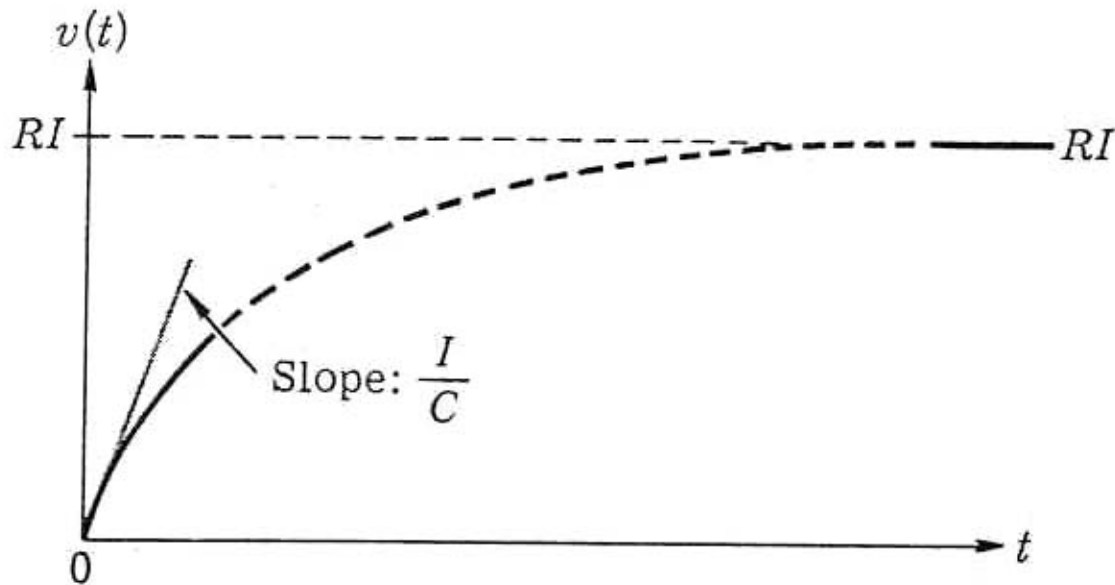


ดังนั้น

$$v = RI$$

→ ค่าสุดท้าย

กราฟแรงดัน V แสดงได้เป็น



วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงค่าแรงดัน

จาก : $C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = i_s(t) = I \quad (t \geq 0)$

พบว่าเป็นสมการอนุพันธ์แบบ nonhomogeneous ($g(t) \neq 0$)

→ ผลตอบของสมการสามารถเขียนได้ในรูปของ

$$v = v_h + v_p$$

v_h → Complementary Function

ผลตอบของสมการอนุพันธ์แบบ homogeneous ($g(t) = 0$)

v_p → Particular Integral

ผลตอบของสมการอนุพันธ์จะขึ้นกับ input ($g(t) \neq 0$)

หา V_h จาก

$$C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = 0$$

จะได้

$$v_h = K_1 e^{s_0 t}, \quad s_0 = -\frac{1}{RC}$$

หา V_p จาก

$$C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = I$$

หา v_p จากวิธี D - Operation

$$v_p = IR$$

ผลตอบทั่วไปของสมการเป็น

$$v(t) = K_1 e^{-\frac{t}{RC}} + RI, \quad t \geq 0$$

พบว่าที่ $t = 0 \rightarrow v(0) = 0$

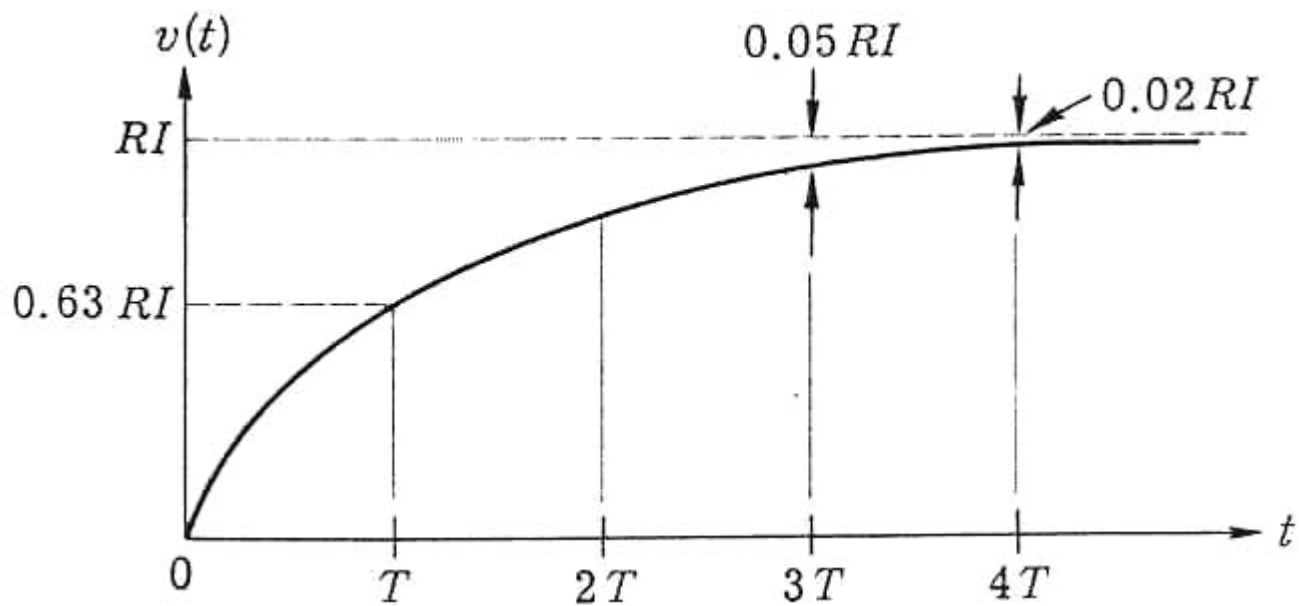
$$0 = K_1 e^0 + RI = K_1 + RI$$

$$K_1 = -RI$$

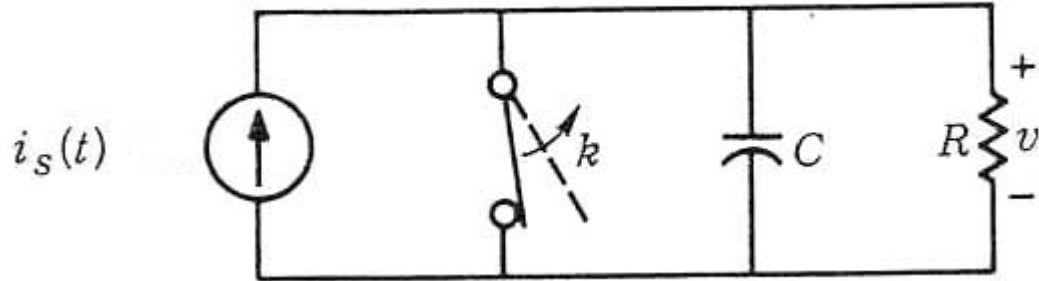
จะได้สมการแรงดันเป็น

$$v(t) = RI(1 - e^{-\frac{t}{RC}}), \quad t \geq 0$$

พล็อตกราฟแรงดัน $v(t)$ ได้เป็น



วิเคราะห์วงจรเดิม แต่เปลี่ยน input เป็นสัญญาณซายด์ (Sinusoidal Signal)



$$i_s(t) = A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

เมื่อ

A_1

คือ

Amplitude

ω

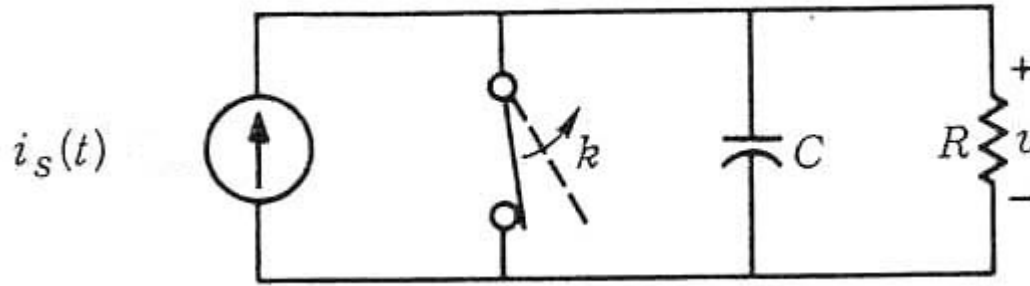
คือ

ความถี่เชิงมุม [Rad/s]

ϕ

คือ

มุมเฟส



เนื่องจากวงจรเหมือนเดิม เปลี่ยนแค่ input $\rightarrow v_h$ เหมือนเดิม

$$v_h = K_1 e^{s_0 t}, \quad s_0 = -\frac{1}{RC}$$

หา V_p (particular integral)

v_p มีค่าขึ้นอยู่กับ input

เมื่อ input เป็นสัญญาณซายด์ $\rightarrow v_p$ เป็นสัญญาณซายด์ที่มีความถี่เดียวกัน

$$v_p(t) = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

หาค่า A_2 และ ϕ_2

$$C \frac{dv_p(t)}{dt} + \frac{v_p(t)}{R} = A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

จะได้

$$-CA_2\omega \sin(\omega t + \phi_2) + \frac{1}{R}A_2 \cos(\omega t + \phi_2) = A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

จากหลักการทางตรีโกณมิติ

$$A \cos(\omega t + \phi) + B \sin(\omega t + \phi) = C \cos(\omega t + \phi - \delta)$$

โดยที่

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{B}{A}$$

แทนค่าแล้ว จะได้

$$A_2 = \frac{A_1}{\sqrt{(\omega C)^2 + (\frac{1}{R})^2}}$$

$$\delta = -\tan^{-1} \omega CR$$

จาก

$$\phi_2 - \delta = \phi_1$$

$$\phi_2 = \phi_1 + \delta$$

$$\phi_2 = \phi_1 - \tan^{-1} \omega CR$$

ผลตอบของวงจรเป็น

$$v(t) = K_1 e^{-\frac{t}{RC}} + A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

เมื่อ $t = 0 \rightarrow v(0) = 0$

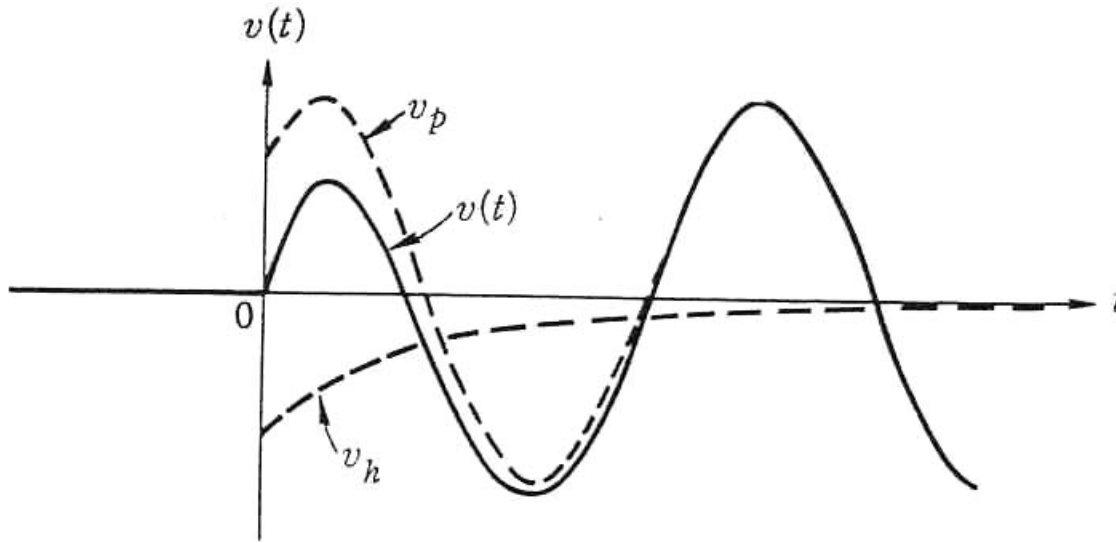
$$= K_1 + A_2 \cos \phi_2$$

$$\therefore K_1 = -A_2 \cos \phi_2$$

สมการแรงดันในฟังก์ชันเวลา เป็น

$$v(t) = -A_2 \cos \phi_2 e^{-\frac{t}{RC}} + A_2 \cos(\omega t + \phi_2) \quad (t \geq 0)$$

พล็อตกราฟ $v(t)$ ได้เป็น



เป็นผลตอบแห่งสถานะศูนย์ (Zero State Response) ของ input $A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$

- วงจรจะอยู่ในสถานะศูนย์ (Zero State) ก็ต่อเมื่อ ภาวะแรกเริ่มทั้งหมดในวงจรเป็น ศูนย์
- ผลตอบของวงจรซึ่งเริ่มจากสถานะศูนย์ จะขึ้นกับ input

ผลตอบแห่งสภาวะศูนย์ (Zero State Response)

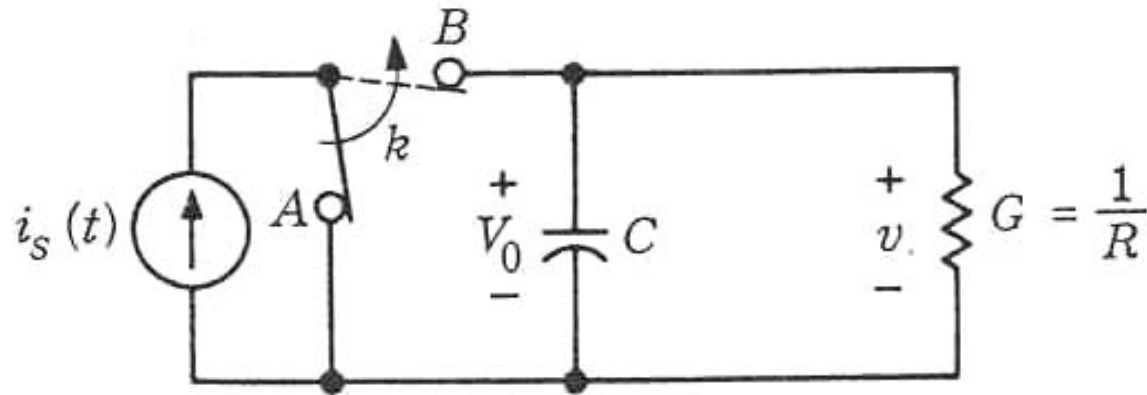
คือ ผลตอบของวงจรต่อ input ที่ใส่ให้กับวงจรที่เวลาหนึ่งเวลาใด (t_0) โดย สภาวะของวงจรต้องอยู่ในภาวะศูนย์ ก่อนที่จะมีการใส่ input เข้าในวงจร

∴ input และ zero state response จะมีค่าเป็น 0 ที่ $t < t_0$

ผลตอบสมบูรณ์ (Complete Response)

- ผลตอบของวงจรต่อทั้ง input และ ภาวะเริ่มแรก (initial condition)
- ผลรวมของผลตอบที่ไม่มี input กับ ผลตอบแห่งสถานะศูนย์

$$\text{Complete Response} = \text{Zero Input Response} + \text{Zero State Response}$$

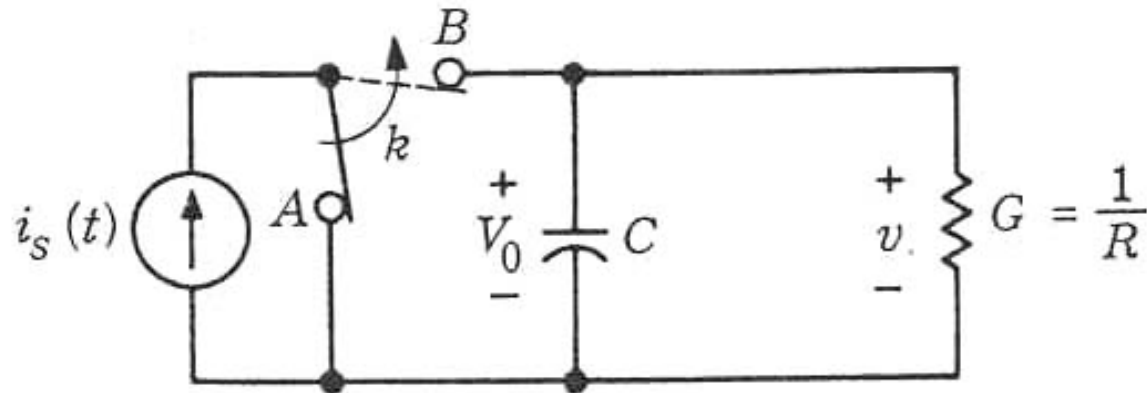


เมื่อ $t < 0$: สวิตช์อยู่ตำแหน่ง A $\rightarrow$ ต้นกระแสถูกตัดวงจร
มีแรงดันคร่อม $C = V_0 \rightarrow v(0) = V_0 \neq 0$

เมื่อ $t = 0$: สวิตช์อยู่ตำแหน่ง B $\rightarrow$ ต้นกระแส $i_s(t)$ ต่อเข้ากับวงจร

ผลตอบสนองของวงจร คือ รูปคลื่น $v(t)$ ซึ่งเกิดจาก

- input $i_s(t)$
- ภาวะแรกเริ่ม V_0



KCL : $C \frac{dv}{dt} + Gv = i_s(t) \quad (t \geq 0) \quad (a)$

$v(0) = V_0$ (แรงดันแรกเริ่มคร่อม C) (b)

ให้ V_i เป็น Zero Input Response

$C \frac{dv_i}{dt} + Gv_i = 0 \quad (t \geq 0) \quad (1)$

$v_i(0) = V_0 \quad (2)$

ให้ v_o เป็น Zero State Response

$$C \frac{dv_o}{dt} + Gv_o = i_s(t) \quad (t \geq 0) \quad (3)$$

$$v_o(0) = 0 \quad (4)$$

รวมสมการ (1) ถึง (4)

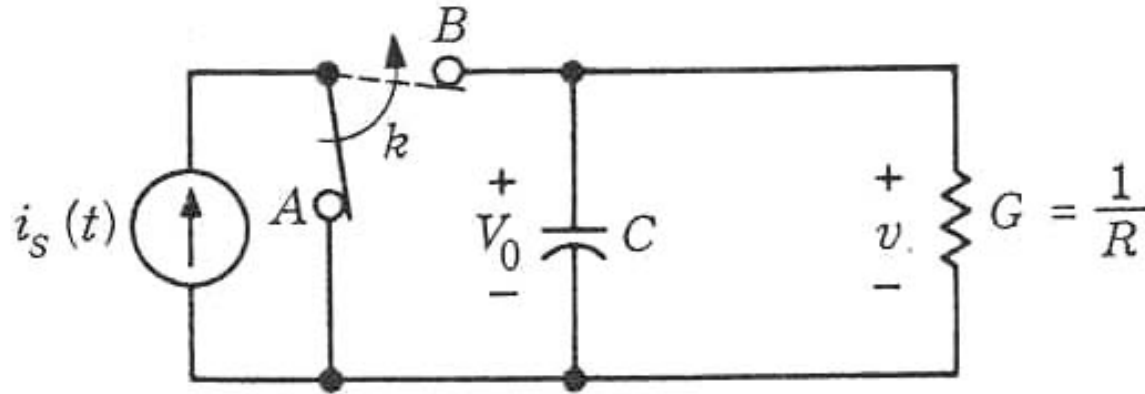
$$C \frac{d(v_i + v_o)}{dt} + G(v_i + v_o) = i_s(t) \quad (t \geq 0)$$

$$v_i(0) + v_o(0) = V_0$$

รูปคลื่น $v_i(t) + v_o(t)$ เป็นไปตามสมการอนุพันธ์และภาวะเริ่มต้นตามสมการ (a) และ (b)

∴ ผลตอบสมบูรณ์ $v(t)$ กำหนดโดย

$$\underbrace{v(t)}_{\substack{\text{Complete} \\ \text{Response}}} = \underbrace{v_i(t)}_{\substack{\text{Zero} \\ \text{Input} \\ \text{Response}}} + \underbrace{v_o(t)}_{\substack{\text{Zero} \\ \text{State} \\ \text{Response}}}$$



ตัวอย่าง กำหนดให้แหล่งจ่ายกระแสเปลี่ยนเข้าวงจรที่ $t=0$ โดย $i_s(t) = I$

ผลตอบสมบูรณ์ (Complete Response) เขียนได้เป็น

$$v(t) = v_i(t) + v_o(t)$$

จะได้

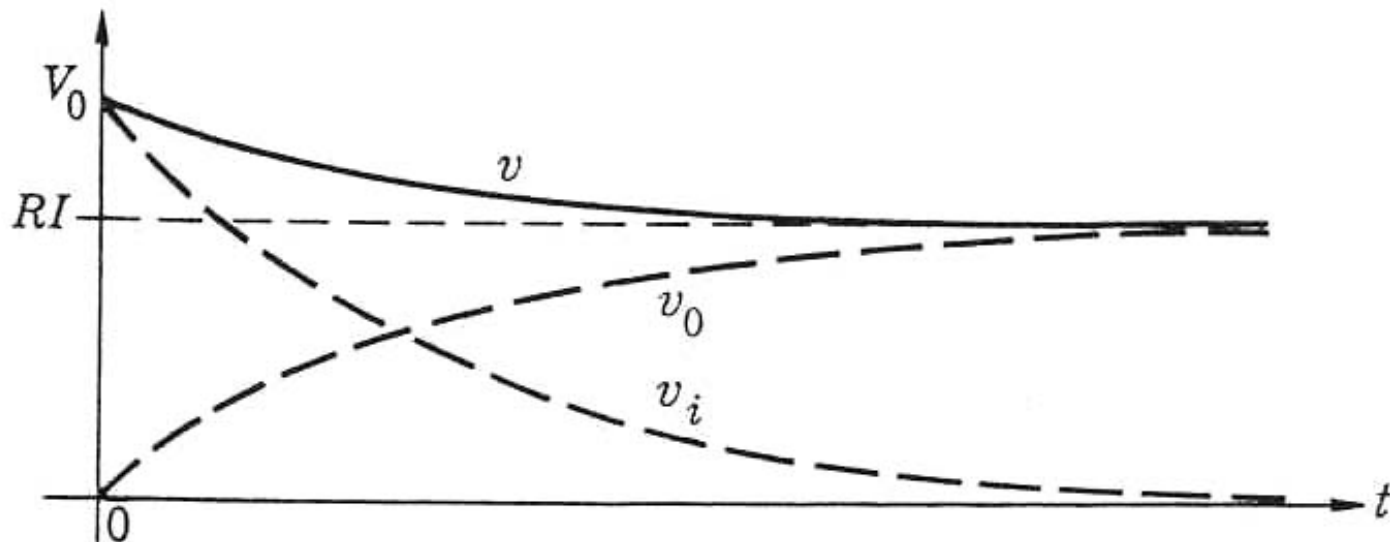
$$v_i(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (t \geq 0)$$

$$v_o(t) = RI(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (t \geq 0)$$

ผลตอบสมบูรณ์ (Complete Response) เป็น

$$\underbrace{v(t)}_{\text{Complete Response}} = \underbrace{V_0 e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{Zero Input Response}} + \underbrace{RI(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}_{\text{Zero State Response}} \quad (t \geq 0)$$

พล็อตกราฟ $v(t)$ ได้เป็น



เขียนผลตอบสมบรณ์ให้อยู่ในรูปอื่น ได้เป็น

$$v(t) = \underbrace{(V_0 + RI)e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{Transient}} + \underbrace{RI}_{\text{Steady State}} \quad (t \geq 0)$$

สถานะชั่วครู่ (Transient) มาจาก Zero Input Response และ Zero State Response

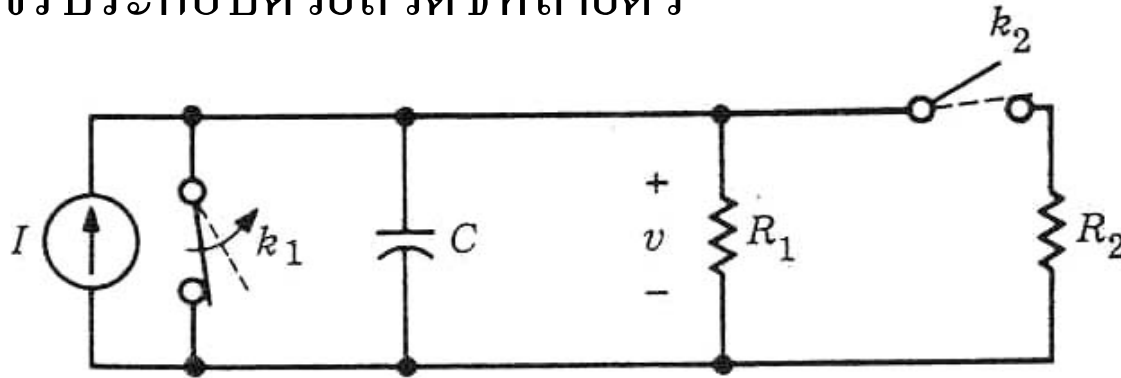
- เกิดจาก - ภาวะเริ่มแรกในวงจร
- การให้ input ทันทีทันใด

สถานะคงตัว (Steady State) มาจาก Zero State Response อย่างเดียว

- เป็นผลของ input อย่างเดียว
- รูปคลื่นสัมพันธ์กับ input (input เป็น sine $\rightarrow$ steady state เป็น sine)

Circuit With many Time Constant

เป็นวงจรประกอบด้วยสวิตช์หลายตัว

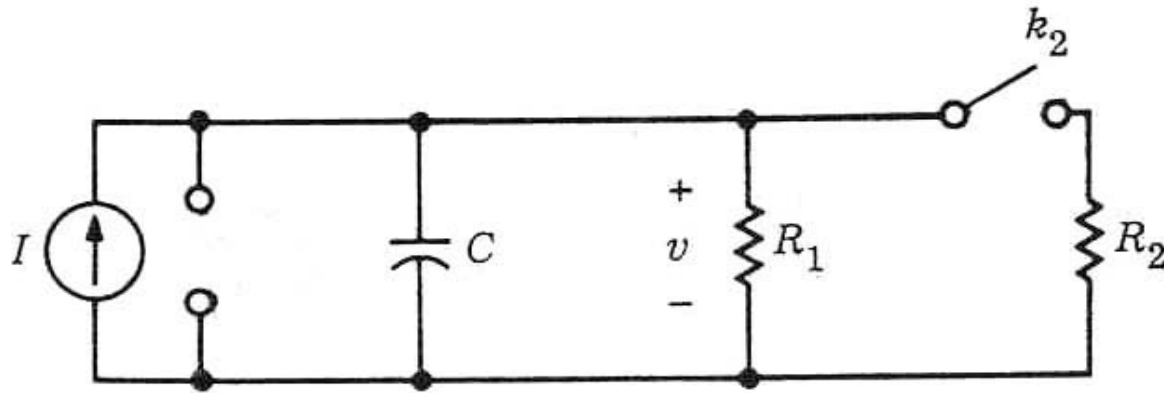


- กำหนด**
- C, R เป็นเชิงเส้นและไม่ขึ้นกับเวลา
 - ในตอนแรก C ไม่ได้ถูกอัดประจุ

เมื่อ $t < 0$ สวิตช์ k_1 ปิด และ k_2 เปิด

เมื่อ $t = 0$ สวิตช์ k_1 ปิด $\rightarrow$ ต้นกระแสคงที่ ต่อเข้ากับวงจรขนาน RC

เมื่อ $t \geq 0$ วงจรจะกลายเป็น

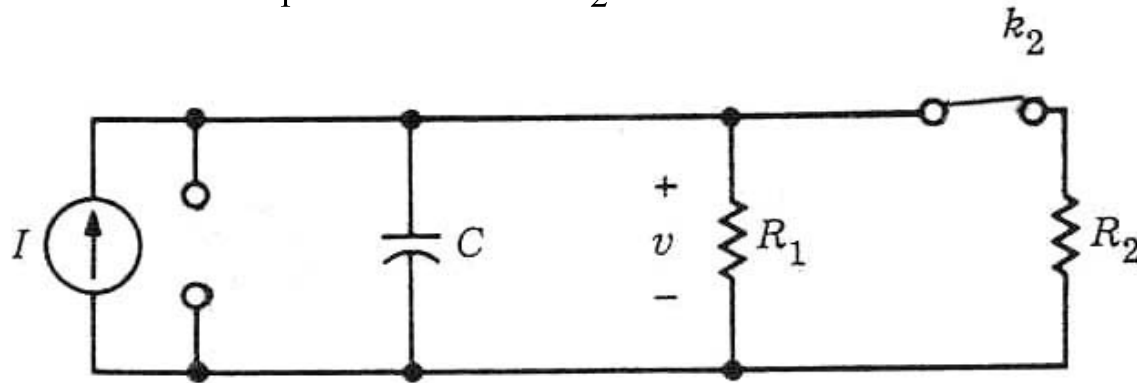


ตัว C จะถูกอัดประจุเรื่อย ด้วยค่าคงที่เวลา

$$T_1 = R_1 C$$

$$v(t) = IR_1(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}) \quad (t \geq 0)$$

ให้ เวลา $t = T_1 \rightarrow$ สวิตช์ k_2 ปิด ได้วงจรเป็น

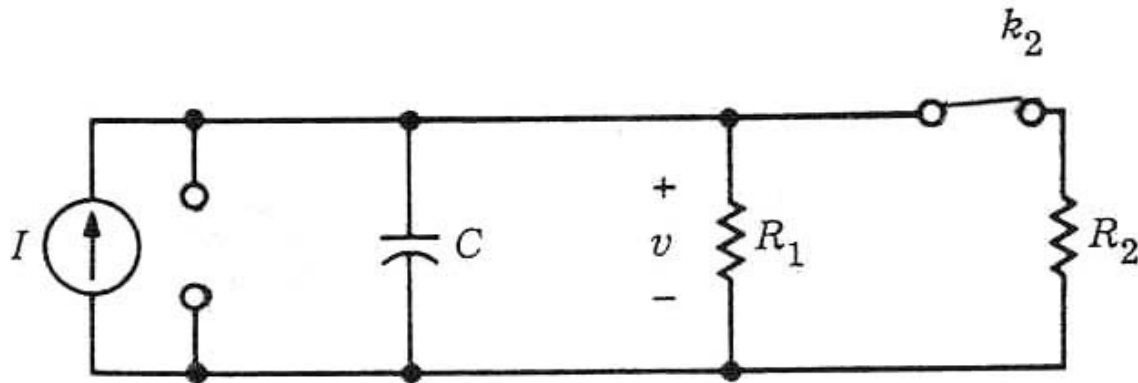


แบ่งปัญหาเป็นสองช่วง คือ เวลา $\{0, T_1\}$ และ $\{T_1, \infty\}$

ช่วงแรก $\{0, T_1\}$ เนื่องจาก $v(0) = 0$ หา zero state response ได้เป็น

$$v(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ IR_1(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}) & (0 \leq t \leq T_1) \end{cases}$$

ที่ $t = T_1$



$$v(T_1) = R_1 I \left(1 - \frac{1}{e}\right)$$

ซึ่งเป็นภาวะเริ่มแรก ของส่วนที่ 2 $\{T_1, \infty\}$

เมื่อ $t > T_1$: สวิตช์ k_2 ปิด $\rightarrow$ รวมวงจร C, R_1, R_2 จะได้

ค่าคงที่เวลา $\rightarrow$

$$T_2 = C \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

ค่า Input $\rightarrow I$

ผลตอบสมบรณ์ของส่วนที่ 2 หาจาก

$$C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} v(t) = i_s(t) = I \quad (t \geq T_1)$$

แก้สมการ โดยอินทิเกรต ตั้งแต่เวลา T_1 ถึง t

จะได้

$$v_h = K_1 e^{-\frac{(t-T_1)}{T_2}}$$

$$v_p = I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

ได้ผลตอบสมบรณ์เป็น

$$v(t) = K_1 e^{-\frac{(t-T_1)}{T_2}} + I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (t \geq T_1)$$

$$\text{ที่ } t = T_1 \longrightarrow v(T_1) = R_1 I \left(1 - \frac{1}{e}\right)$$

$$= K_1 e^{-\frac{(T_1 - T_1)}{T_2}} + I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

จะได้

$$K_1 = R_1 I \left(1 - \frac{1}{e}\right) - I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

ผลตอบสมบูรณ์ (Complete Response)

$$v(t) = \left[R_1 I \left(1 - \frac{1}{e}\right) - I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right] e^{-\frac{(t - T_1)}{T_2}} + I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (t \geq T_1)$$

$$v(t) = R_1 I \left(1 - \frac{1}{e}\right) e^{-\frac{(t - T_1)}{T_2}} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I \left(1 - e^{-\frac{(t - T_1)}{T_2}}\right) \quad (t \geq T_1)$$

พล็อตกราฟ $v(t)$ ได้เป็น

